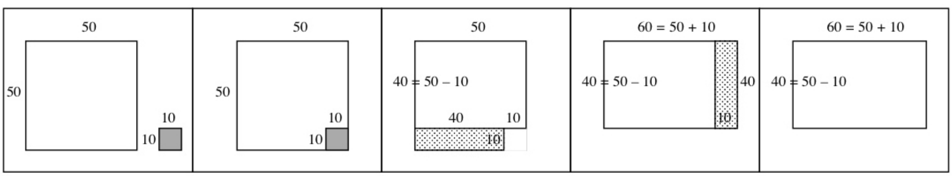
	Rechnerischer Schematismus	Bau einer sinnstiftenden mathematischen Landschaft Sichtbar Werden von mathematischer Kompetenz
Geistige Aktivitäten	49·51 = ?	49·51 = ? Ach wie neckisch! So nah bei 50·50. Zwar ein bisschen gemein, aber immerhin schön symmetrisch: Links eins weniger, rechts eins mehr, schön gerecht. Wäre 49·50 eine nettere Aufgabe? Das ist ein Nebengeleise. Und die Eins-Mehr-Eins-Weniger-Idee? Da handeln wir uns ein Problem ein. Wir vermischen damit die Plus-Minus-Welt mit der Mal-Geteilt-Welt. Stünde 49 + 51, wäre die Abwandlung in 50 + 50 ein guter Schachzug. Hier steht aber Mal und nicht Plus! Also muss man das Distributivgesetz mobilisieren, das die zwei Welten miteinander verbindet. Konsequent müsste man (40 + 9)·(50 +1) denken, was unsere Schreibweise der Zahlen ja suggeriert, aber man kann auch anders. So wie die Römer 19 als 20 – 1 geschrieben und gesprochen, nämlich undeviginti, schreiben wir jetzt 49 auch als 50 – 1. Wenn wir nämlich (50 – 1)·(50 + 1) schreiben, wird die Eins-Mehr-Eins-Weniger-Idee schön sichtbar. Jetzt könnte man diesen Term gemäß dem Distributivgesetz ausmultiplizieren und erhält nach dem Motto "Jede mit jeder": 50·50 + 50·1 – 1·50 – 1·1 . Gern nimmt man das Geschenk entgegen, dass sich zwei Summanden hier genau aufheben, denn 50·1 und 1·50 sind je 50 und haben verschiedene Vorzeichen, einmal Plus und einmal Minus. So erhält man schliesslich 50·50 – 1·1.
Fachliches Handwerk	49 · 51 459 204 2499	Hier muss man wohl rechnen, aber immerhin ist 1·1 = 1 bekannt und 5·5 = 25 befindet sich im gängigen Repertoire, so dass – weil jeder Faktor bei 50·50 einen Faktor 10 enthält – die Zahl 25 noch mit 10·10 = 100 multipliziert werden muss. Also ergibt sich 49·51 = 2500 – 1. Diese Schreibweise für das Resultat ist natürlich viel schöner als 2499, bei der man überhaupt nicht mehr sieht, was passiert ist.
Ertrag: Fachliche Einbettung, Verallgemeinerung	2499	Das Prinzip des Sich-Gegenseitig-Aufhebens tritt immer dann auf, wenn die erwähnte Symmetrie herrscht. Also auch bei 48·52 = ? oder bei 47·53 = ? Dahinter steckt der allgemein geschriebene Ausdruck (50 – a)·(50 + a) = 50·50 – a·a. Dafür schreibt man auch die Abkürzung des Quadrats: (50 – a)·(50 + a) = $50^2 – a^2$. Das Stichwort Quadrat ruft nach einer Zeichnung, bei der das Quadrat mit der Seitenlänge 50 und das Quadrat mit der Seitenlänge a auftreten. Für a = 10 sieht sie so aus (1. Bildchen):  Zuerst nimmt man das 10·10-Quadrat vom 50·50-Quadrat weg (2. Bildchen) und stellt dann fest, dass der 10·40-Streifen unten (3. Bildchen) auch weggenommen und rechts angehängt werden kann (4. Bildchen). Dann erhält man offenbar ein 40·60-Rechteck (5. Bildchen), das den gleichen Flächeninhalt hat wie die Differenz der beiden Ausgangsquadrate, nämlich 2400. Man kann aber auch mit einer Variablen x arbeiten und den Term $y = (50 – x)·(50 + x)$ betrachten. Diese Funktion, welche x in y abbildet, ergibt dann graphisch dargestellt eine nach unten offene Parabel, denn sie lässt sich als $y = 50^2 – x^2$ schreiben. Sie hat den Scheitelpunkt auf der Höhe 2500 für $x = 0$. Diese Betrachtungsweise beweist, dass unter allen Rechtecken mit den Seitenlängen 50 – x und 50 + x, also mit einem festen Umfang von 200, dasjenige den größten Flächeninhalt hat, welches quadratische Gestalt hat, also für den Wert $x = 0$ mit allen vier Seitenlängen 50. Für $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$ usw. nimmt die Fläche laufend ab und zwar immer um 1, 3, 5, usw. im Vergleich zur vorangehenden Fläche: 2500, 2499, 2496, 2491 usw.